Cálculo Diferencial e Integral I - LEE - LEGI - LETI **1o. Semestre 2021/2022**

7a. Lista de exercícios

A **Cálculo Integral:**

1. Determine a área da região do plano $X0Y$ limitada por cada uma das seguintes curvas:

$$\begin{array}{ll} a) & y=e^x; \quad y=e^{-x}; \quad x=0; \quad x=2 \\ b) & y=\sin(x); \quad y=\cos(x); \quad x=0; \quad x=\pi \\ c) & y^2=4+x; \quad x+2y=4 \\ d) & y=x^2; \quad y=\frac{1}{2}x^2; \quad y=2x \\ e) & y^2=x^2-x^4 \end{array}$$

2. Seja F uma função contínua e sejam a, b e c números reais com $c \neq 0$. Mostre que

$$\int_a^b F(x)dx = c\int_{\frac{a}{c}}^{\frac{b}{c}} F(cx)dx$$

3. Seja f uma função contínua e seja a um número real. Mostre que se f é par

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$$

Se f é ímpar

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$$

4. Sendo ϕ diferenciável, f contínua e

$$h(x) = \int_{\phi(x)}^{\phi(x^3)} x^2 f(t)dt$$

calcule $h'(x)$. Supondo agora que ϕ e f são ímpares, mostre que h é par.

B **Séries:**

1. Determine para que valores de x convergem as seguintes séries e calcule a sua soma:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^n \qquad \sum_{n=0}^{\infty}(1-|x|)^n \qquad \sum_{n=0}^{\infty} x \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{n^2+n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} n^{|x|}$$

2. Determine a natureza das séries cujos termos gerais são:

$$\begin{array}{llllllllll} (a) & \dfrac{n}{n^2+n-1} & (b) & \dfrac{1}{\sqrt{n(n+10)}} & (c) & \sqrt{n+1}-\sqrt{n} & (d) & \dfrac{1}{\sqrt{n^2-1}} & (e) & \dfrac{(n!)^2}{(2n)!} \\ (f) & \dfrac{2^n}{1+3^n} & (g) & \dfrac{1}{n^2\sin\frac{1}{n}} & (h) & \left(1-\dfrac{1}{n}\right)^{n^2} & (i) & \dfrac{(1000)^n}{n!} & (j) & \dfrac{n}{\sin n} \\ (k) & n^2\sin\left(\dfrac{\pi}{2^n}\right) & (l) & \left(1+(-1)^n\right)^n & (m) & \dfrac{1+3n}{2\sqrt{n}\,(n^2-1)} & (n) & \dfrac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n+1)}{3\cdot 6\cdot 9\cdots(3n+3)} & & \\ (o) & \dfrac{n^{1000}}{(1,001)^n} & (p) & \dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}} & (q) & \dfrac{\sqrt{n}\log n}{n^2+1} & (r) & \left(\dfrac{n+3}{2n+1}\right)^{n\log n} & & \end{array}$$