

**A** Séries de Potências

1. Determine os desenvolvimentos em série de Mac-Laurin das seguintes funções e diga onde são válidos

$$a) \quad 2 \sin(3x) \quad b) \quad e^{-x^2} \quad c) \quad a^x \quad (a > 0) \quad d) \quad \sinh(x) \quad e) \cosh(x)$$

$$f) \quad \frac{1}{2-x} \quad g) \quad \frac{1}{2+3x^2} \quad h) \quad \frac{2x^3}{3-x^2} \quad i) \quad \frac{1-x}{e^{x-1}} \quad j) \quad \sin(x) \cos(x)$$

$$k) \quad (1+x) \log(1+x) \quad l) \quad \sin^2(x) \quad m) \quad \cos^2(x)$$

2. Determine as dez primeiras derivadas na origem de

$$x^2 \log(1-x^3)$$

3. Determine a soma das seguintes séries:

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n} \quad b) \quad \sum_{n=0}^{\infty} n x^n \quad c) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)!}$$

4. Estabeleça os seguintes desenvolvimentos

$$a) \quad \log \frac{1+x}{1-x} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^{2n-1}}{2n-1} \quad \text{para } |x| < 1$$

$$b) \quad \frac{x}{1+x-2x^2} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{\infty} (1 - (-2)^n) x^n \quad \text{para } |x| < 1$$

$$c) \quad \frac{12-5x}{6-5x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{6^n}\right) x^n \quad \text{para } |x| < 1$$

5. Usando um polinómio de Taylor de grau 1, obtenha valores aproximados dos números seguintes, dando uma estimativa do erro cometido em cada caso:

$$a) \quad \sqrt[3]{28} \quad b) \quad \sqrt[5]{33} \quad c) \quad \log(1.003) \quad d) \quad e^{-0.2}$$

6. Esboce os gráficos de

$$a) \quad x + \cos(x) \quad b) \quad \frac{\sin(2x)}{1 - \cos(2x)} \quad c) \quad \log\left(\arctan\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\right)$$