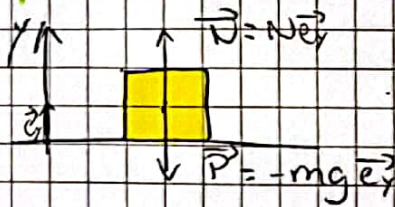


m

20/02/2023

TEÓRICA

Exemplo 1: Força Normal N



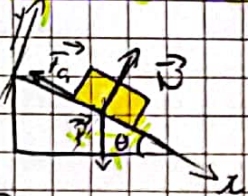
$$\sum \vec{F}_i = m \vec{a}$$

$$\vec{N} + \vec{P} = m \vec{a} = 0$$

$$(N \vec{e}_y - mg \vec{e}_y) = 0$$

$$N = mg$$

Exemplo 3: Objeto plano inclinado



Dados
 $m = 250 \text{ Kg}$
 $\mu_c = 0,350$

Pretende
 $\theta = ?$

bloco não escorregar

$$\vec{a} = 0$$

$$\vec{F}_T = m \vec{a} = 0$$

- 1) Diagrama de Força ✓
- 2) Sistema de eixos ✓
- 3) Incógnita (θ, N)
- 4) Escrever a equação de Newton

$$\vec{F}_T = m \vec{a} = 0$$

$$\vec{P} + \vec{F}_g + \vec{N} = 0$$

$$\begin{cases} xx: -\mu_c N + mg \sin \theta = 0 \\ yy: N - mg \cos \theta = 0 \end{cases}$$

$$N = mg \cos \theta$$

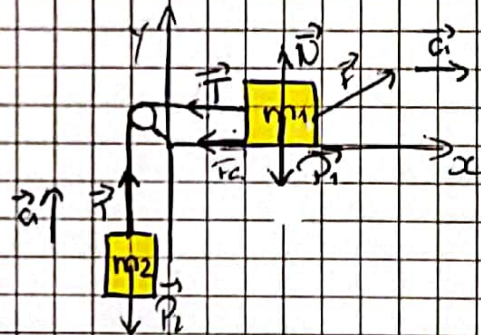
Exemplo 4: Objetos acoplados

Dados
 m_1
 m_2
 F
 μ_c

Pretende
 $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}|$

Eq. mov

$$\begin{aligned} m_1 \vec{F}_T &= m_1 \vec{a} = a \vec{e}_x \\ &= F + \vec{T}_1 + \vec{F}_g + \vec{N} + \vec{P} = m_1 a \vec{e}_x \\ m_2 \vec{F}_T &= m_2 \vec{a} = a \vec{e}_y \end{aligned}$$



$$\begin{cases} xx: F \cos \theta - T - \mu_c N = m_1 a \\ yy: N - m_1 g + F \sin \theta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{T} + \vec{P}_2 &= m_2 \vec{a} \\ T - m_2 g &= m_2 a \end{aligned}$$

Referenciais não inerciais

FYI: menininho dos puxinhos = referencial inercial

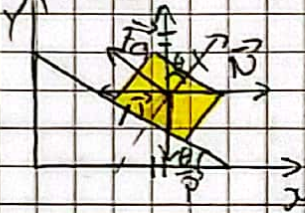
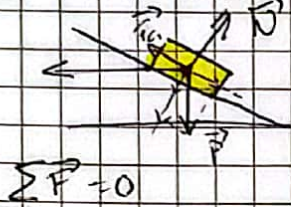


$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{I} = m \vec{a}$$

$$\begin{cases} xx: T \cos \theta - m a = 0 \\ yy: -mg + T \sin \theta = 0 \end{cases}$$

Nos MAP's não
há fórmulas
nem calculadora

Problema 1.2



$T \rightarrow$ inércia

$$|F_G| = |P| = |mN|$$

$$\Sigma F = 0$$

$$\vec{P} = -mg\vec{e}_y$$

$$\vec{F}_G + \vec{T} + \vec{P} + \vec{N} = 0$$

Problemas

20/02/2023

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= ? \\ \vec{a}(t) &= ? \end{aligned}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Física $\rightarrow$ Forças

1 dimensão

$$\vec{F} = F_0 \vec{e}_x$$

$F_0 = \text{constante}$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow F_0 \vec{e}_x = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{F_0}{m} \vec{e}_x$$

$$\vec{a} = a_x \vec{e}_x; a_x = \frac{F_0}{m} = \text{constante}$$

$$\int_{x_0}^x dx \quad P(1) = x$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow \int_{v_0}^v dv_x = \int_{t_0}^t a_x dt \Rightarrow v_x - v_{x0} = a_x t$$

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v_x(t) dt = \int_{t_0}^t (v_{x0} + a_x t) dt =$$

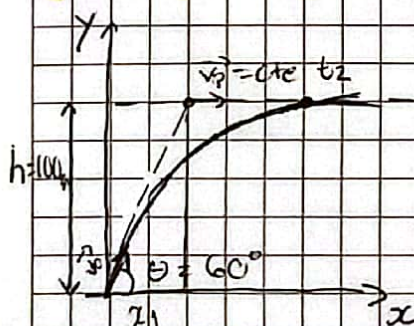
$$= \int_{t_0}^t v_{x0} dt + \int_{t_0}^t a_x t dt \Rightarrow x(t) - x_0 = v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$



$$\vec{P} = -mg\vec{e}_y = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = -g\vec{e}_y$$

PROBLEMA 1.3



Dados:

$$-h = 100m$$

$$-\theta = 60^\circ$$

- t_2 o chumbo está no ponto mais alto da trajetória.

Pedido?

$$v_1 = ?$$

$$t_2 = ?$$

$$v_2 = ?$$

Sistemas

• Chumbo $\rightarrow \vec{F}_{\text{grav}} = \vec{P} = -m\vec{g} \rightarrow \vec{a} = -g\vec{e}_y + 0\vec{e}_x$

$\vec{F} = \text{cte} \rightarrow x$

$v_x = v_{x0} + a_x t$

$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$v_y = v_{y0} + a_y t$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

eliminando o tempo

$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2a(y - y_0)$

direção

• Passarinho

$v_x = v_p = \text{cte}$

$x = x_0 + v_p t$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$

$0 = v_{y0}^2 + 200g \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{200g}{\sin^2 60^\circ}} = 51,12 \text{ m/s}$

$\vec{v}_0 = 51,12 \cos 60^\circ \vec{e}_x + 51,12 \sin 60^\circ \vec{e}_y \text{ (s)}$

$0 = 51,12 \sin 60^\circ - g t$
 $\Rightarrow t = \frac{51,12 \sin 60^\circ}{g}$

$v_{0x} = 51,12 \cos 60^\circ = \frac{51,12\sqrt{3}}{2}$

$x = \frac{51,12\sqrt{3}}{2} \times \frac{51,12 \sin 60^\circ}{g}$

$x_1 = \frac{100}{\tan 60^\circ}$

$\Rightarrow \frac{100}{\tan 60^\circ} + \frac{v_p}{g} \frac{51,12 \sin 60^\circ}{2} = \frac{51,12\sqrt{3}}{2} \times \frac{51,12 \sin 60^\circ}{g}$

Aula 1

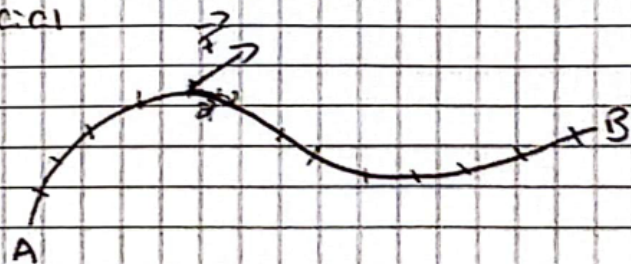
Aula 2

$\vec{F} = m\vec{a}$

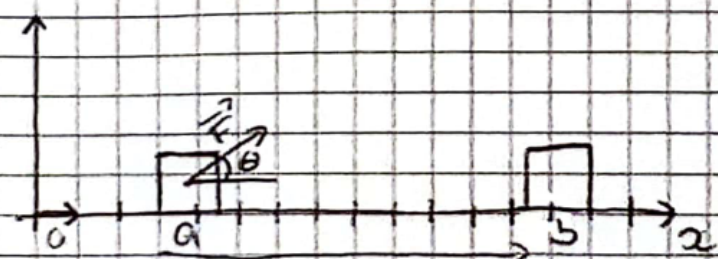
Trabalho

Energia potencial

$W_{\text{grav}} = \int_0^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r}$



Ex. 4:



$d\vec{r} = d\vec{x} = dx \vec{e}_x$

$\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_a^b F \cos \theta dx =$

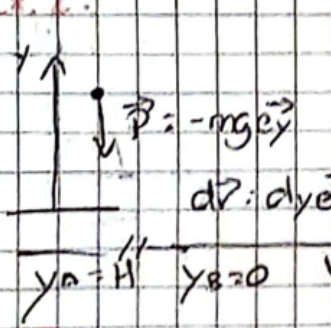
$= F \cos \theta \int_a^b dx = F \cos \theta (x_b - x_a) =$

$\vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos \theta dx$

$= F \cos \theta dx$

23/02/2023

Ex. 2:



$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{P} \cdot (dy \vec{e}_y) = -mg \int_A^B dy = -mg(y_B - y_A) = -mg(0 - H) = mgH$$

$y_A = H$ $y_B = 0$ $W_{A \rightarrow B} = mgH$

~~Forças conservativas~~



$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{r}$$

Peso é uma força conservativa

Se a força $\vec{F}$ é conservativa, então associada a essa força é possível definir uma grandeza física chamada **energia potencial**, $U(r)$, função da posição apenas. Esta função satisfaz:

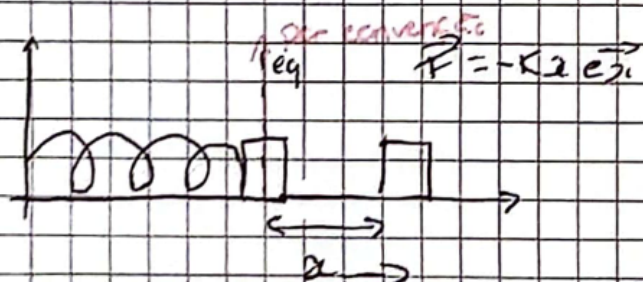
$$U(r) - U(r_0) = - \int_{r_0}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (\Leftrightarrow) \quad \vec{F} = -\vec{\nabla} U$$

Energia cinética

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

FORÇA ELÁSTICA

Proporcional ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio



$$\vec{F} = -kx \vec{e}_x$$

$$d\vec{x} = \vec{e}_x dx$$

$$\int \vec{F}(x) \cdot d\vec{x} = +k \int_{x_i}^{x_f} x dx = \frac{1}{2} k(x_f^2 - x_i^2)$$

Aquilo que afasta do equilíbrio

Conservação energia

Dividindo as forças em conservativas e não conservativas

$$\Delta T = -\Delta U + W_{nc}$$

Lei da conservação da energia

$$\Delta T + \Delta U = W_{nc} \quad (\Rightarrow) \quad \Delta E_T = W_{nc}$$

$$E_T = T + U$$

$$W_{nc} = 0 \Rightarrow \Delta E_T = 0$$

Quiz da MAPO:

1) $v_a = cte$

$F = ma$

$W = 700N = P$

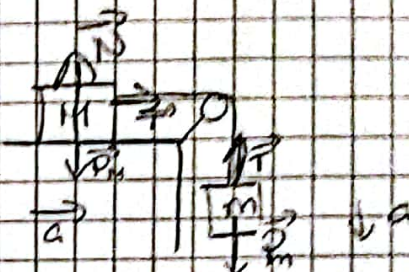
$F = mg$ $ACU = mg$ $m = 70kg$

$F = -ma$



2) $F = ma$

$\vec{F}_t = (-mg + ma)\vec{e}_y$



$M: \sum \vec{F} = Ma \Leftrightarrow \begin{cases} xx: T = Ma \\ yy: P_m = N \end{cases}$

$m: \sum \vec{F} = ma \Leftrightarrow \begin{cases} xx: 0 \\ yy: T - P_m = ma \Rightarrow T = P_m + ma = m(g+a) \end{cases}$

$T = Ma$

$T = mg + ma$

$a = \frac{T - mg}{m}$

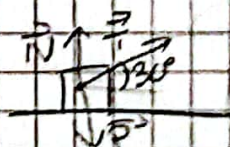
$a = \frac{P_m}{M}$

$T = mg + \frac{mM}{T}g, T^2 = mgT + mMg \Rightarrow T^2 - mgT - mMg = 0$

3) $v = cte$

$\theta = 30^\circ$

$m = 0,63$ $T = ?$



Problemas

24/02/2023

Cinemática

$\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{F} = cte \rightarrow \vec{a} = cte$

$\vec{a} = a_x \vec{e}_x + a_y \vec{e}_y$

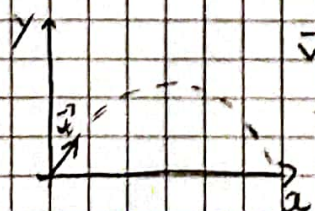
Soluções:

$yy \begin{cases} y(t) = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \\ v_y(t) = v_{y0} + a_y t \end{cases}$

$xx \begin{cases} x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ v_x(t) = v_{x0} + a_x t \end{cases}$

Casos particulares

1- lançamento de um projétil



$\vec{v}_0 = v_0 \cos \theta \vec{e}_x + v_0 \sin \theta \vec{e}_y$

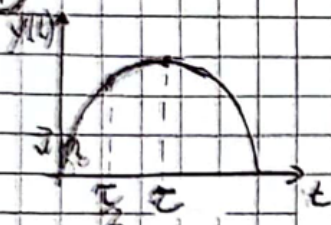
$\vec{a} = a_y \vec{e}_y = -g \vec{e}_y$

2- movimento vertical

$\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_y$
 $\vec{a} = -g \vec{e}_y$

$\vec{F} = m\vec{a}$
 $\vec{P} = mg \vec{e}_y$
 $-mg \vec{e}_y = m\vec{a}$

1



$$t_{max} = \tau$$

$$t = \frac{t_{max}}{2} = \frac{\tau}{2} \quad ?$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_{0y} + at$$

$$\vec{a} = -g\vec{e}_y$$

$$y(\tau/2) = v_0 \cdot \frac{\tau}{2} + \frac{1}{2}a(\frac{\tau}{2})^2 = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2}(\frac{1v_0}{2g})^2 =$$

$$= \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g v_0^2}{8g^2} =$$

$$v(t) = v_0 - gt \quad (-) \quad \tau = \frac{v_0}{g}$$

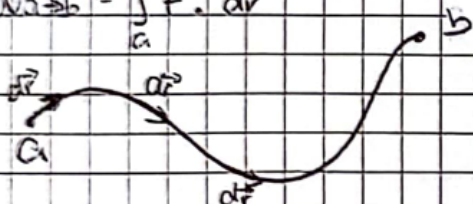
$$= \frac{3v_0^2}{8g} = \frac{3}{4} \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\frac{\tau}{2} = \frac{v_0}{2g}$$

2. a)

Momento linear e Energia

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



Forças conservativas $\rightarrow$ W não depende da trajetória

$$U(b) - U(a) = -W_{cons} = - \int_a^b \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{r}$$

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Teorema trabalho-energia

$$T_f - T_i = W_{\text{forças}} = W_{\text{forças conservativas}} + W_{\text{forças não conservativas}}$$

$$W_{\text{forças}} = W_{\text{forças conservativas}} + W_{\text{forças não conservativas}}$$

$$W_{\text{forças}} = T + U$$

$$T_f - T_i = - (v_f - v_i) + W_{\text{forças}}$$

1 partícula

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

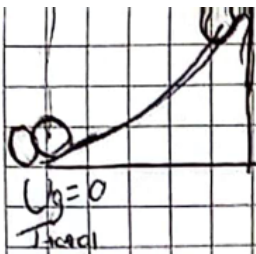
$$\vec{p} = m\vec{v} \quad m = \text{cte}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F} \quad \text{se } \vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte}$$

n partículas

$$\sum \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$$

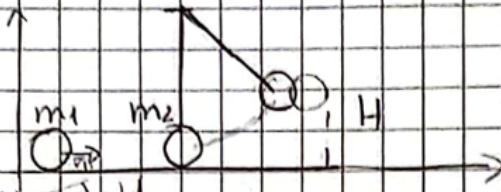
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{forças}} \quad \text{se } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{cte}$$



$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 - (m_1+m_2)gh$$

MAP 1 2021

② $m_1+m_2=m$



$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$m_1 \vec{v}_0 = (m_1+m_2) \vec{v}_f$$

$$\vec{v}_f = \frac{m_1}{m_1+m_2} \vec{v}_0 = \frac{1}{2} \vec{v}_0$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 = (m_1+m_2)gh$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} v_0 \right)^2 = gh \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{8} = gh \Leftrightarrow H = \frac{1}{2g} \times \frac{v_0^2}{4}$$

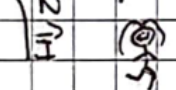
Dinâmica

$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

- identificar os corpos
- identificar as forças
- escrever as forças no sistema de eixos
- escrever a equação movimento
- solução

$$\vec{p}, \vec{F}$$

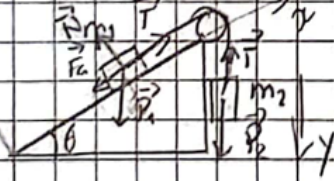
$F_a = \mu N$, sentido contrário ao movimento



MAP 1 2021

③ $\mu = 1/5$

$\sin \theta = 3/5$ $\cos \theta = 4/5$ $g = 10 \text{ m/s}^2$



$$b) \begin{cases} P_x = P \sin \theta \vec{e}_x - P \cos \theta \vec{e}_y \\ T = T \vec{e}_x \\ N = N \vec{e}_y \\ F_a = F_a \vec{e}_x \end{cases}$$

$$m_2 \begin{cases} P_z = P \vec{e}_z \\ T = T \vec{e}_y \end{cases}$$

$$c) m_1: \begin{cases} xx) -P \sin \theta + T - F_a = m_1 a \\ yy) -P \cos \theta + N = 0 \end{cases}$$

$$m_2: \begin{cases} yy) P_z - T = m_2 a \\ \text{mg} \end{cases}$$

de d)

$$d) N = mg \cos \theta$$

$$\begin{cases} -mg \sin \theta + T - \mu mg \cos \theta = m_1 a \\ mg = T = m_2 a \end{cases}$$

$$a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$T = 9 \text{ N}$$

$$e) a = \frac{-mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta + m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{-\frac{3}{5}m_1 + \frac{1}{5}m_1 + m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{-\frac{2}{5}m_1 + m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{1}{10} g = 1 \text{ m/s}^2$$

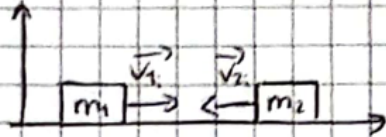
$$e) T = 1 \times 10^{-1} \times 1 = 9 \text{ N}$$

momento linear total (conserva-se)

23/02/2023
apontamentos
da Kika

$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad \vec{F}_{ext} = \vec{P}_f \text{ conserva-se} \quad \frac{d\vec{P}_f}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

$$\vec{P}_i = m_1 v_1 \vec{e}_x - m_2 v_2 \vec{e}_x$$



Colisão inelástica

- conservação do momento linear total
- conservação da energia cinética

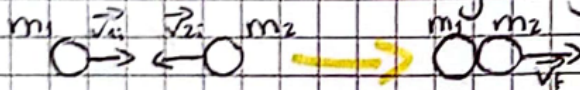
Colisão elástica

- não há conservação de energia cinética

Colisão perfeitamente inelástica

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \vec{v}_f$$

seguem juntas

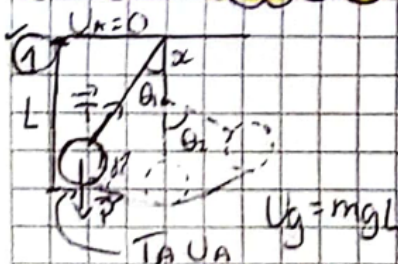


$$\vec{P}_i = \vec{P}_f \quad T_i = T_f \rightarrow \text{energia cinética}$$

$$m_1 v_{1i}^2 + m_2 v_{2i}^2 = m_1 v_{1f}^2 + m_2 v_{2f}^2$$

Problemas

23/02/2023
Apontamentos
da Beatriz



Dados

θ_1
 L
 α

Pedido

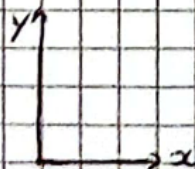
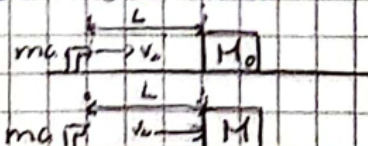
θ_2

$$\Delta T = W_{grav} = W_{pot} + W_{cin} \quad W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \rightarrow W_{tension} = 0 (\vec{T} \perp d\vec{r})$$

$$W_{pot} = -\Delta U_g = \Delta E_{total} = 0 \rightarrow E_{total} = T + U_g$$

$$T_A = 0 \quad T_C = 0 \quad U_A = -mgL \quad U_C = -mgL$$

2) Momento linear



$$a) \vec{P}_i = m_1 v_1 \vec{e}_x + m_2 v_2 \vec{e}_x \quad 0 = m_1 v_1 \vec{e}_x + (m_2 + M) v_f \vec{e}_x \rightarrow m_1 v_1 = (m_2 + M) v_f$$

b) ser at home

$$c) \text{ bloco deslocou-se } d, \text{ logo } d_0 = L - d \quad d = |v_1| \Delta t = |v_1| (L - d / |v_2|) \Rightarrow d = |v_1| L / (|v_2| + |v_1|)$$

$$|v_2| d = |v_1| (L - d) \Rightarrow |v_2| d = |v_1| L - |v_1| d \Rightarrow (|v_2| + |v_1|) d = |v_1| L$$

③ $m = 15g$ $v_0 = 500 \text{ m/s} \rightarrow$ bala $\nearrow \rightarrow$
 $M = 0,8 \text{ Kg}$ $h = 0,8 \text{ m} \rightarrow$ bloco
 determinar ① (distância bloco a mesa no chão)

$$0 = m v_0 + (m+M) v_0 \Leftrightarrow m v_0 = (m+M) v_0 \Leftrightarrow v_0 = \frac{m v_0}{m+M}$$

$$\begin{cases} v_x = v_0; v_y = -mg \\ x = v_0 t; y = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$y = 0 \Leftrightarrow 0,8 - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{0,8}{1/2g} = t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{1,6g}$$

$$x = v_0 t \Leftrightarrow D = v_0 \sqrt{1,6g} \Leftrightarrow D = v_0 \sqrt{16,5}$$

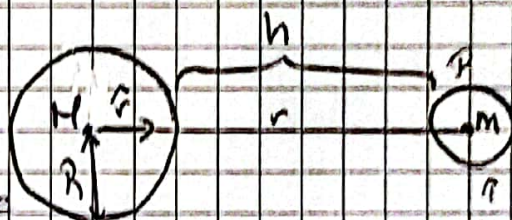
Força Gravítica

06/03/2023

Lei da Gravitação Universal

$$\vec{F} = -G \frac{mM}{r^2} \hat{r}$$

$\hat{r}$ define a direção e sentido



$$\vec{G} = \frac{GM}{r^2} \hat{r}$$

massa prova

$$|\hat{r}| = 1 \quad r = R + h$$

$$\vec{F}(r = R) = -\frac{GM}{R^2} \hat{r} m = -g(R) m \hat{r}$$

$$\vec{F} = -\frac{GM}{R^2} \times \frac{R^2}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{i) } U(r) = -\frac{GMm}{r}$$

$$\text{ii) } v(r)$$

$$\text{iii) } v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\text{iv) } E = T + U = \frac{1}{2} U$$



Energia potencial gravítica

$$U(r) - U(r_0) = -W_{r_0 \rightarrow r} = -\int_{r_0}^r \vec{F}(r) \cdot d\vec{r}$$

referência

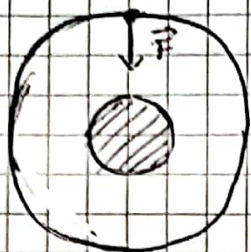
$$U(r) - U(r = +\infty) = -\int_{+\infty}^r \frac{GMm}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{r} = G M m \ln \left[\frac{1}{r} \right]_{+\infty}^r = -\frac{GMm}{r}$$

$$U(r) = -\frac{GMm}{r}$$

Em cima da Terra, a energia potencial gravítica vale ($\neq 0$) $-\frac{GMm}{R_T}$

A energia potencial gravítica aumenta conforme aumentamos a distância ao 1º corpo (vai de um valor negativo até 0)

movimento circular + força gravítica



$$F = m \frac{v^2}{r}$$

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

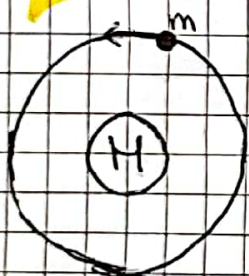
• a medida que me afasto da Terra a velocidade diminui, logo, o período aumenta

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

• para chegar a estas fórmulas só é necessário saber a 1ª lei gravitacional

$$v(r) = \sqrt{G \frac{M}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \cdot \frac{R^2}{r}} = \sqrt{g \frac{R^2}{r}}$$

ENERGIA TOTAL MECÂNICA



$$v(r) = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

$$T = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \left[m G \frac{M}{r} \right]$$

$$T = -\frac{1}{2} U$$

$$E = T + U = -\frac{1}{2} U + U = \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) U \Rightarrow E = \frac{1}{2} U = \frac{1}{2} \left(-G \frac{Mm}{r} \right)$$

• a energia mecânica tende para 0 com o aumento de r

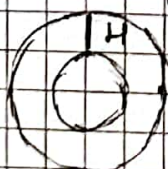
velocidade de escape

$$E_T = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{R_T} = 0$$

$$v_{esc} = \sqrt{G \frac{2M}{R_T}} = \sqrt{2g(R_T) R_T}$$

lançamento de um satélite

lançamento de um satélite



$$U = -\frac{GMm}{R_T + h}$$

$$U = -\frac{GMm}{R_T}$$

Problema 3.8 (movimento circular, força gravitacional)

Dados
 $m = 100 \text{ kg}$
 $H = 1 R_T$

a) $E_T = ?$

$$E_T = \frac{1}{2} U = \frac{1}{2} \left[- \frac{G M m}{r} \right] = \frac{1}{2} \left[- \frac{G M m}{2 R_T} \right]$$

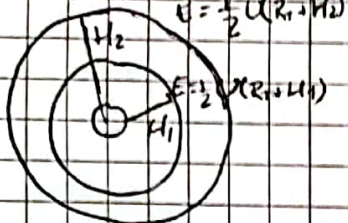
b) $\frac{\frac{1}{2} m v^2 - \frac{G M m}{R_T}}{\text{energia que eu deu}} = \frac{- \frac{1}{2} \frac{G M m}{2 R_T}}{\text{energia total no Am}}$ (τ), $v = \dots$

c) $T = ?$

$$v = \frac{2 \pi r}{T} \quad T = \frac{2 \pi \cdot 2 R_T}{v}$$

$$E_T = \frac{1}{2} U \quad T = \frac{1}{2} U = \frac{1}{2} (2 E_T) = - E_T$$

d) $r = 3 R_T$

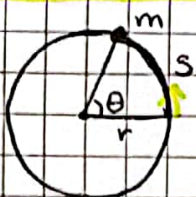


$$W = \Delta E_T$$

Problemas

06/03/2023

Movimento Circular



$s = \theta r$
 movimento circular uniforme $r = \text{cte}$
 $v = \omega r$

$T = ?$

$$v = \frac{2 \pi r}{T}$$

aceleração radial

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

Problema 3.2 (movimento circular, aceleração atrito)



$M = ?$

Dados

$$d = 0,3 \text{ m} \rightarrow r = d/2$$

$$33,3 \text{ revoluções/minuto} \rightarrow v = \frac{33,3}{60} \rightarrow T = \frac{1}{\nu}$$

Para a menina a moeda não se move

No referencial da menina (referencial não inercial)

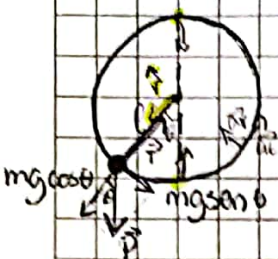
$$F_a = \mu N = \mu mg$$

$$m \frac{v^2}{r} = M \mu g \rightarrow M = \frac{v^2}{r g} \rightarrow M = \frac{1}{r g} \left(\frac{2 \pi r}{T} \right)^2$$

$$M = \frac{(2 \pi)^2 r}{g T^2}$$



Problema 3.3 (movimento circular, aceleração) $\vec{a}$ e $\vec{v}$ (HARVEI e Sadi)



Dados

$$l = 0,5m$$

$$g = 9,8m/s^2$$

$$v_{min} = 3m/s$$

$$v_{max} = 5,35m/s$$

$$a_{topo} = ?$$

$$a_{base} = ?$$

$$T_{topo} = ?$$

$$T_{base} = ?$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad a_c = \frac{dv}{dt}$$

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

$$\vec{F} = -m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$mg \cos \theta - T = -\frac{mv^2}{r}$$

a velocidade é máxima em cima e mínima em baixo pq $\vec{F}$ em cima é maior do que em baixo

Problema 3.6 (movimento circular, força gravidade)

$$T_{Venus} = 243$$

$$M_{Venus} = 4,87 \times 10^{24} kg$$

$$r_{geo} = ?$$

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$r(T) = ?$$

$$F = ma$$

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Leftrightarrow \frac{GM}{r} = v^2 \Leftrightarrow r = \frac{GM}{v^2} \Leftrightarrow$$

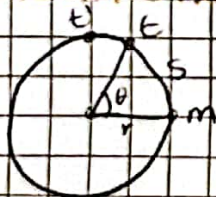
$$\Leftrightarrow r = \frac{GM T^2}{4\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} U$$

Problemas

07/03/2023

Movimento Circular



$$s(t) = r\theta(t)$$

$$r = \text{cte} \Rightarrow v = r\omega$$

Circular uniforme $|\vec{v}| = \text{cte}$ mas a sua radial varia

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$F = m \frac{v^2}{r}$$



HARVEI 2022



$$\vec{F} = -m\vec{a}$$

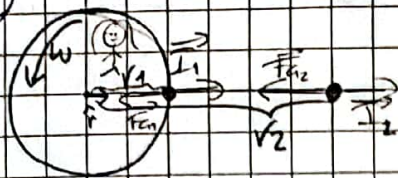
$$\sum F_{total} = 0$$

$$\vec{T} + \vec{T} + \vec{P} = 0$$

$$+ \frac{mv^2}{r} - T - mg = 0 \Leftrightarrow T = \frac{mv^2}{r} - mg$$

R. b)

2



$$r_2 = 3r_1$$

$$v_2 = ?$$

$$v = \omega r$$

$$v_2 = \omega r_2 = \omega 3r_1$$

$$v_1 = \omega r_1$$

$$\vec{T}_2 + \vec{F}_{G_2} = 0 \Leftrightarrow m_2 a_2 + m_2 N = 0$$

$$\vec{T}_1 + \vec{F}_{G_1} = 0 \Leftrightarrow m_1 a_1 + m_1 N = 0$$

$$\vec{T} = m \vec{a}$$

$$\vec{T} = m N$$

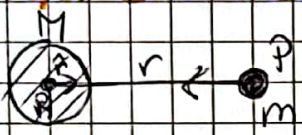
$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\begin{cases} m_1 \frac{v_1^2}{r_1} - m_1 N = 0 \\ m_2 \frac{v_2^2}{r_2} - m_2 N = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{v_1^2}{r_1} \\ m_2 = \frac{v_2^2}{r_2} \end{cases}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{v_2^2}{r_2}}{\frac{v_1^2}{r_1}} = \frac{v_2^2 r_1}{v_1^2 r_2} = \frac{v_2^2 r_1}{v_1^2 3r_1} = \frac{1}{3} \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{1}{3} \frac{\omega^2 v_2^2}{\omega^2 r_1^2} = \frac{1}{3} \frac{9r_1^2}{r_1^2} = 3$$

R. a)

Força Gravitacional



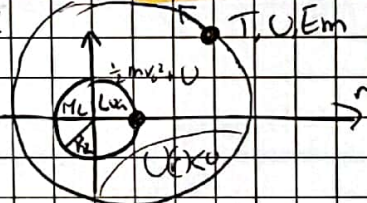
energia potencial associada $U(r) - U(r_0) = - \int_{r_0}^r \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$$r_0 = +\infty \quad U(r_0) = 0$$

$$\vec{F}_g = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r}$$

$$U(r) = -G \frac{Mm}{r}$$

a superfície de M
 $= \frac{GM}{R^2} m \hat{r} = g$



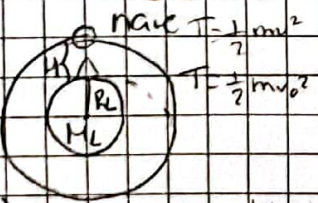
$$F = m \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow T = \frac{1}{2} m v^2$$

$$T = -\frac{1}{2} U \quad E_m = T + U = -\frac{1}{2} U < 0$$

MAP 2 2022

3



m → massa do satélite

$$H = R_L$$

$$r = R_L + H = 2R_L$$

$$a) \frac{1}{2} m v^2 = T = -\frac{1}{2} U = -\frac{1}{2} \left(-G \frac{Mm}{r} \right) = \frac{GMm}{4R_L} = \frac{GM}{R_L^2} \cdot \frac{R_L}{4} = \frac{g R_L}{4}$$

$$b) E_m = E_m \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{R_L} = -\frac{GMm}{2 \times 2R_L} \Leftrightarrow \frac{1}{2} v^2 = -\frac{GM}{4R_L} - \frac{GM}{R_L} = -\frac{3GM}{4R_L} = \frac{GM}{R_L^2} \cdot \frac{3R_L}{4} = \frac{3g R_L}{4}$$

$$c) E_m = E_m \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{R_L} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} v^2 = \frac{GM}{R_L^2} \cdot R_L = g R_L$$

momento angular

03/03/2023

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{r} \times \vec{v} \quad (\text{kgm}^2/\text{s})$$

momento linear

Grandezas que mede a tendência para o objeto rodar

Toda a partícula que tem momento linear tem momento angular

$$|\vec{L}| = |\vec{r}| |\vec{p}| \sin \alpha$$

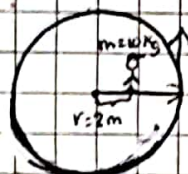
direção $\rightarrow$ regra da mão direita

Caso partícula
angular uniforme

$$|\vec{L}| = r m v = r^2 m \omega$$

$$\vec{L} = r^2 m \vec{\omega} \Leftrightarrow \vec{L} = \alpha \vec{\omega}$$

ex:



$\omega = 3 \text{ rad/s}$

$$L = m r^2 \omega = 10 \times (2)^2 \times 3 = 120$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = m \frac{d(\vec{r} \times \vec{v})}{dt} = m \left[\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d\vec{v}}{dt} \right] = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau}$$

momento das forças

MAP 3 $\rightarrow$ momento angular
produto externo
momentos oscilatórios

$$\vec{L}_T = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \dots$$

$$\frac{d\vec{L}_T}{dt} = \frac{d\vec{L}_1}{dt} + \dots$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{ext}} \rightarrow \frac{d\vec{L}_T}{dt} = \vec{\tau}_{\text{ext}}$$

$\rightarrow$ momento das forças externas

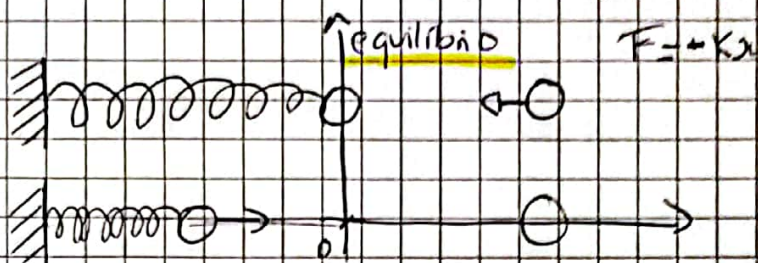
$\vec{\tau}_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow \vec{L}_T = \text{cte}$ - conservação momento angular

corpo rígido

é um corpo (constituído por partículas discretas ou com distribuição contínua) onde todas as partículas mantêm as suas posições relativas.

movimento harmônico simples

Ex. 1: movimento de um corpo acoplado a uma mola



$$a = -\omega_0^2 x$$

a acel. é proporcional à posição

$F = ma$
neste caso (mola)

$$F = -Kx$$

$$a = \ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (x'')$$

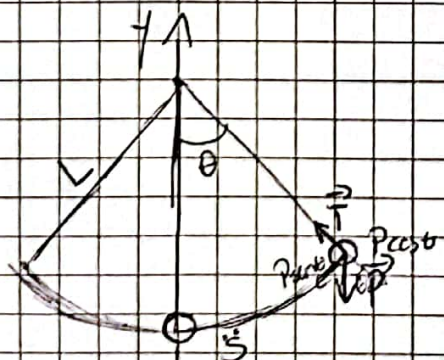
$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad (x')$$

$$-Kx = m\ddot{x} \Leftrightarrow m\ddot{x} + Kx = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \left(\frac{K}{m}\right)x = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} = -\omega_0^2 x$$

Solução desta equação?
 $x(t) = ?$

$$\begin{aligned} x(t) &= A \cos(\omega_0 t + \phi) \\ \dot{x}(t) &= -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi) \\ \ddot{x}(t) &= -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \phi) \end{aligned}$$

$$-A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \phi) + \omega_0^2 (A \cos(\omega_0 t + \phi)) = 0$$



$$\begin{aligned} F &= ma \\ -mg \sin \theta &= mL\ddot{\theta} \end{aligned}$$

Pequenas oscilações
 $\sin \theta \approx \theta$
 $-g\theta = L\ddot{\theta}$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{L}$$

$$\begin{aligned} s &= L\theta \\ \dot{s} &= L\dot{\theta} \\ \ddot{s} &= L\ddot{\theta} \end{aligned}$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{L}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \nu = \frac{1}{T}$$

A - amplitude do movimento

A: ?
phi: ?

obtenho através das condições iniciais

$$\begin{aligned} x(t=0) &= x_0 \\ \dot{x}(t=0) &= \dot{x}_0 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\dot{x}_c}{A}\right)^2 = (\cos(\phi))^2$$

$$\left(\frac{\dot{x}_c}{A\omega}\right)^2 = (-\sin(\phi))^2$$

$$\sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{x}_c^2} = A\omega$$

calcule a energia cinética e a energia potencial elástica em função do tempo

$$solução: x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\dot{x}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \phi)$$

$$\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi)$$

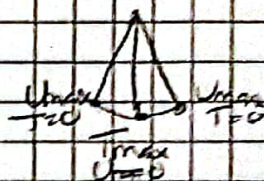
$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m (-A\omega \sin(\omega t + \phi))^2 = \frac{m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \phi)}{2}$$

$$U = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K (A \cos(\omega t + \phi))^2 = \frac{A^2 K \cos^2(\omega t + \phi)}{2}$$

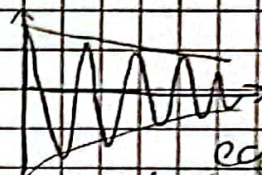
$$E_m = T + U = \frac{m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \phi)}{2} + \frac{A^2 K \cos^2(\omega t + \phi)}{2}$$

$$= \frac{1}{2} A^2 (m \omega^2 \sin^2(\omega t + \phi) + K \cos^2(\omega t + \phi))$$

$$U_{max} = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} K A^2$$

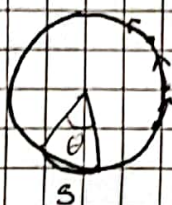


$$F = -Kx \rightarrow -Kx - b\dot{x} = m\ddot{x}$$



equação do tipo amortecido

REVISÕES NAP2



$$r = \text{cte}$$

$$s = r\theta$$

$$v = r\omega$$

$$v = \omega r$$

$$a_{radial} = \frac{v^2}{r}$$

se existir aceleração então

se colocarmos um referencial solidário com a partícula

$$\vec{a} = m\vec{a}$$

aceleração referencial

o movimento é periódico

$$T \rightarrow ? \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

Força gravitacional

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} = -\frac{GM}{R^2} \frac{R^2}{r^2} m \hat{r}$$

$$U(r) = -\frac{GMm}{r}$$

satélites / luas / planetas em órbita à volta de um planeta

$$v(r) = ? \quad T = ? \text{ (período)} \quad U(r) = ? \quad T = ? \text{ (energia cinética)}$$

$$T = m \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow v$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} U > 0$$

$$U + T = E_m = \frac{1}{2} U < 0$$

Problemas

13/03/2023

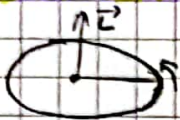
1 partícula
 $\vec{p} = m\vec{v}$
 $\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p}$

momento angular

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext}$$

Movimento circular, r, ω :



$$\vec{L}_0 = I\vec{\omega}$$

$$I = mr^2$$

distância ao centro

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \text{ (produto externo)}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \left\{ \begin{array}{l} |\vec{C}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta \\ \text{direção: regra da mão direita} \end{array} \right.$$

$$I = \sum m_i r_i^2$$

$$\text{Corpo geral} = \sum m_i r_i^2 + I_{\text{solido}}$$

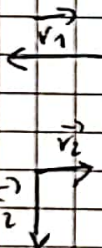
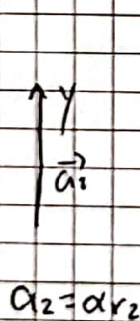
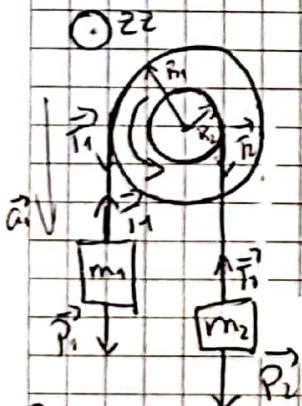
$$\text{Corpo rígido: } \vec{L}_{ext} = I\vec{\alpha} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

equação movimento rotação

$$\vec{L}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{tot} \text{ conserva}$$

equação conservação do momento angular

Problema 4.1 (dinâmica rotação corpo rígido, dinâmica translação)



$$\vec{L}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{T}_1$$

$$\vec{L}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{T}_2$$

$$I = 40 \text{ kg m}^2$$

$$m_1 = m_2$$

$$a_1 = a_2$$

$$v = r\omega$$

$$a = r\alpha$$

$$a_1 = a_2$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{L}_{tot} = I\vec{\alpha}$$

$$m_1 \vec{F}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow m_1 g \vec{e}_y - T_1 \vec{e}_y = m_1 a_1 \vec{e}_y \Rightarrow T_1 = m_1 (g - a_1)$$

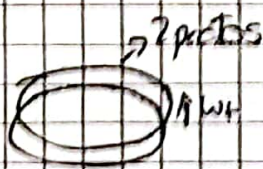
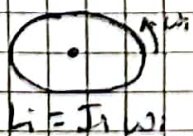
$$m_2 \vec{F}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow T_2 \vec{e}_y - m_2 g \vec{e}_y = m_2 a_2 \vec{e}_y \Rightarrow T_2 = m_2 (a_2 + g)$$

$$\text{rotação: } I\alpha = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 \Rightarrow I\alpha \vec{e}_z = r_1 T_1 \vec{e}_z - r_2 T_2 \vec{e}_z$$

$$\begin{cases} m_1 \Rightarrow m_1 a_1 \vec{e}_y = m_1 g \vec{e}_y - T_1 \vec{e}_y \\ m_2 \Rightarrow m_2 a_2 \vec{e}_y = T_2 \vec{e}_y - m_2 g \vec{e}_y \\ \text{rotação: } I\alpha \vec{e}_z = r_1 T_1 \vec{e}_z - r_2 T_2 \vec{e}_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = -a_2 \\ a_2 = a_1 \end{cases}$$

ex.1:



$L_2 = I_2 \omega \Rightarrow L_2 = 2L_1$

ex.2:



$L_{\text{composto}} = I_1 \omega$

$I_{\text{composto}} = I_1 + m r^2$

$L_2 = I_2 \omega$
 $L_2 = r m v \omega$

ondas

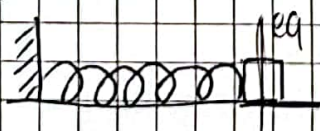
10/03/2023

velocidade do som no cérebro $\rightarrow 1540 \text{ m/s}$ fun fact

onda desloca-se p/ direita $x \pm vt$
" " " esquerda $x \pm vt$

onda v $f(x \pm vt)$

ondas mecânicas



$F = -kx$

$F = ma$
 $-kx = m\ddot{x}$

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$

$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ (m}^{-1}\text{)}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ (rad/s)}$

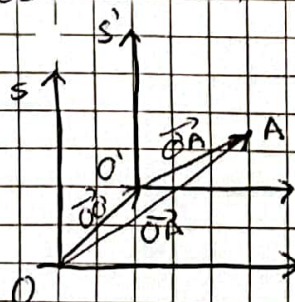
$v = \frac{\lambda}{T} \text{ (m/s)}$

$\lambda = \frac{1}{f} \text{ (s}^{-1}\text{)}$

efeitos de Doppler

20/03/2023

fonte (S) λ (característica da fonte)
observador (O)



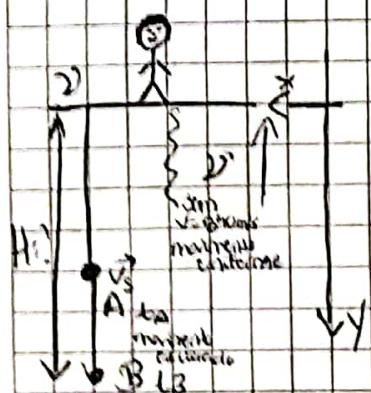
$\vec{v}_{s/s}$ $\rightarrow$ velocidade de S relativamente a S

$\frac{d(\vec{OA})}{dt} = \vec{v}_{s/s} + \vec{v}_s$

parado

$\lambda = \frac{v}{f}$ $\rightarrow$ velocidade de propagação onda
frequência da onda

Problema 6.2 (Ondas mecânicas: Efeito de Doppler)



$$\nu = 440 \text{ Hz}$$

$$\nu' = 400 \text{ Hz}$$

$$v = 340 \text{ m/s}$$

$$\nu' = \nu \left(\frac{1}{1 + \frac{v_s}{v}} \right)$$

$v_s \rightarrow$ velocidade de dispersão
 $v \rightarrow$ velocidade da onda no meio

$$H = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Delta t = t_B - t_A$$

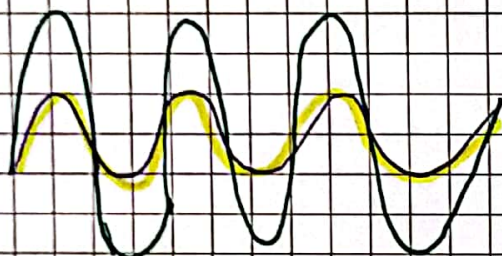
$$v_{\text{som}} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_y = v_{y0} + g t$$

Interferência

Casos limite

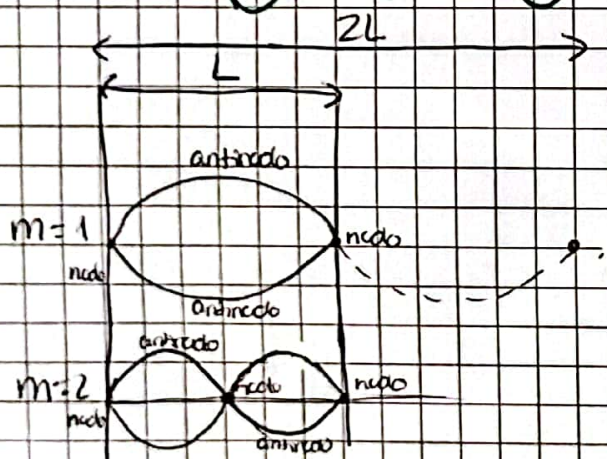


$$- + - + -$$

$$K L = m \pi$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

$$\frac{2\pi L}{\lambda} = m \pi$$



Problema 6.3 (Ondas mecânicas: ondas estacionárias)

Problemas

20/03/2023



$$\vec{F} = -Kx \vec{e}_x$$

força restauradora ($\Rightarrow$) puxa novamente para a posição de equilíbrio

$$\begin{aligned} x > 0 & \quad \vec{F} = -Kx \vec{e}_x \\ x < 0 & \quad \vec{F} = -Kx \vec{e}_x \end{aligned}$$

Aponta para a posição equilíbrio

Equação de Newton

$$F = ma \Rightarrow -Kx = ma \Rightarrow -Kx = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow m\ddot{x} + Kx = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$\text{Frequência angular de oscilação} = \sqrt{\frac{K}{m}} \leftarrow \text{Equação OHS}$$

Notas: $v = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$ $a = \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$

Soluções de equação OMS cinemática

posição

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

ω_0 física

$A, \varphi \rightarrow$ condições iniciais do problema

$$\begin{cases} x_0 = x(t=0) \\ \dot{x}_0 = \dot{x}(t=0) \end{cases}$$

velocidade

$$\dot{x}(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

aceleração

$$\ddot{x}(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Energias:

$$U = \frac{1}{2} K [x(t)]^2$$

$$T = \frac{1}{2} m [\dot{x}(t)]^2$$

$$E_m = U + T$$

→ Valor máximo da energia potencial elástica?

$$U_{\max} = \frac{1}{2} K A^2$$

$$T_{\max} = \frac{1}{2} m [A\omega_0]^2 = \frac{1}{2} m A^2 \frac{K}{m} = \frac{1}{2} K A^2$$

$$E_m = T + U = \frac{1}{2} K A^2$$

cte

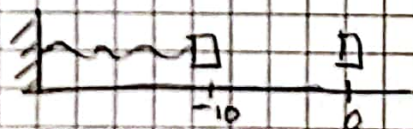
→ Como determinar A e φ no instante $t=0$

$$x_0^2 = A^2 \cos^2(\varphi)$$

$$\dot{x}_0^2 = A^2 \sin^2(\varphi)$$

$$\frac{x_0^2}{A^2} + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega_0^2 A^2} = 1$$

✓ Problema 5.2 (Movimento harmônico simples)



Dados

$$\begin{cases} x(t=0) = x_0 = -10 \\ \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow A = |x_0|$$

Pede

Escolhe corpo em que tenha a velocidade máxima

$$v_{\max} = A\omega_0 = A \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$a) v_{\max} = 10 \sqrt{\frac{K}{4m}} = 5 \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$b) v_{\max} = 20 \sqrt{\frac{K}{4m}} = 20 \sqrt{\frac{K}{4m}} = 10 \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$c) v_{\max} = 20 \sqrt{\frac{K}{4m}} = 10 \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$d) v_{\max} = 5 \sqrt{\frac{K}{m}}$$

R: c)

Problema 5.3 (Movimento harmónico simples)



$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Dados $\begin{cases} x(t=0) = x_0 = A \\ \dot{x}(t=0) = A \cos(\varphi) = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\varphi = 0}$

$$T = T + \frac{1}{2}T = \frac{3}{2}T$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Pede

$$v(t=T) = ?$$

$$F(t=T) = ?$$

$$F(t=T) = -K \underbrace{x(t=T)}_{= -A} = KA \quad \text{pelo gráfico}$$

$$v(T) = -A \omega_0 \sin(\omega_0 T) = -A \omega_0 \sin\left(\omega_0 \frac{3}{2} \frac{2\pi}{\omega_0}\right) = 0$$

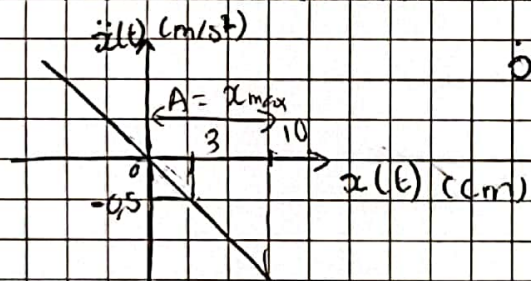
$$\sin(3\pi) = 0$$

$$F(T) = -K A \cos(\omega_0 T) = -KA \cos\left(\omega_0 \frac{3}{2} \frac{2\pi}{\omega_0}\right) = KA$$

$$\cos(3\pi) = -1$$

R: b)

Problema 5.4 (Movimento harmónico simples)



$$\ddot{x}(t) = -m \omega^2 x(t)$$

$$m = 0,15 \text{ Kg}$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega^2 x &= 0 \\ \ddot{x} &= -\frac{\omega^2}{m} x \end{aligned}$$

a) $\ddot{x}(t) = -m \omega^2 x(t) \Leftrightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0$

b) $\omega^2 = \frac{0,5}{0,15} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (s)}$

c) $v_{\max} = A \omega = 0,10 \omega \text{ (m/s)}$

d) $F_{\max} = |-Kx| = |-KA| = KA = \omega^2 m A = 0,15 \times 0,10 \omega^2 \text{ (N)}$

e) $E_m = T + U = \frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} \omega^2 m A^2 = \frac{1}{2} \times 0,10^2 \times 0,15 \omega^2 \text{ (J)}$